

名古屋大学 2024 年度「経済数学 B」期末試験

問題用紙

(60 点満点)

【注意事項】

持ち込みは、A4 以下の手書きの紙 1 枚（両面記入可能）のみ。

この問題用紙は表紙と計算スペースを含めて 5 ページある。

問題用紙は切り離してはならない。

問題用紙の計算スペースや余白部分は計算等に自由に用いて良い。

問題文中の「マーク解答 1」は、「マークシートの解答番号 1 に解答を記入せよ」の意である。

問題文中の「記述式解答」は、「記述式解答用紙に解答を記入せよ」の意である。

記述式解答用紙に解答を記入する時は問題番号を明記すること。

マーク式の解答用紙と記述式の解答用紙のいずれも提出すること。

解答用紙に記入する学生番号に誤りがあると採点できないことがある。

この問題用紙は試験終了後持ち帰ってよい。

問1

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

としたとき、行列 $(A')' + 2B'$ における(1,2)成分の絶対値を答えよ。(5点) マーク解答

問2

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

としたとき、行列 AB' における(2,1)成分の絶対値を答えよ。(5点) マーク解答2

問3

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 6 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

としたとき、行列 $(AIB)' + \frac{2}{5}I - B'A'$ における全ての成分の和の絶対値を答えよ。(5点) マーク解答3

問4 下記の6つの行列のうち、階段行列となっているものはいくつあるかを答えよ。(5点) マーク解答4

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

問5 下記の6つの行列のうち、RREFとなっているものはいくつあるかを答えよ。(5点) マーク解答5

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 758 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 11 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 7 & 1 & 3 & 0 \\ 8 & -1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

問6 次の行列における階数(ランク)を答えよ。(5点) マーク解答6

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 3 \\ 9 & 2 & 1 & 3 \\ 12 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad 4$$

問7 次の行列の余因子行列における(2,1)成分の絶対値を答えよ。(5点) マーク解答7

問8 次の行列の逆行列における(4,2)成分の絶対値を答えよ。(5点) マーク解答8

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

問9 次の式を展開して整理せよ。なお、 A, B は（積の定義が成り立つような適切なサイズの）行列を表すものとする。（5点）記述式解答

$$A^{-1}(AB + A)^2$$

問10 次のような線形モデルを考える。

$$y = X\beta + \varepsilon$$

なお、 y は $(N \times 1)$ の列ベクトル、 X は $(N \times K)$ の行列、 β は $(K \times 1)$ の定数列ベクトル、 ε は $(N \times 1)$ の列ベクトルである。なお、 ε は確率変数ベクトルであり、 $E(\varepsilon) = 0$ とする。次の問いに答えよ。（10点）記述式解答

1) $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$ とすると、 $E(\hat{\beta})$ を求めよ。なお、解答用紙には計算結果のみ記せばよい（途中計算記入不要）。

2) $\tilde{\beta} = (X'AX)^{-1}X'Ay$ とすると、 $E(\tilde{\beta})$ を求めよ。なお、 A は $(N \times N)$ の非確率的な行列である。なお、解答用紙には計算結果のみ記せばよい（途中計算記入不要）。

問11 同一の行（または列）が複数存在する行列の行列式の値は0であることを証明せよ。ただし、次に示す行列式に関する性質は、必要があれば証明なしに用いて良い。（5点）記述式解答

- ・ある行列における転置行列の行列式の値は、元の行列式の値と同一。
- ・2つの行（列）を入れ替えると、行列式の値は-1倍になる。
- ・1つの行（列）に定数 c 倍すると、行列式の値は c 倍になる。
- ・1つの行（列）の各成分に定数 c 倍して他の行（列）に加えても、行列式の値は変化しない。